

**PARUL UNIVERSITY**  
**FACULTY OF ENGINEERING & TECHNOLOGY**  
**Diploma Engineering, Summer 2022-23 Examination**

**Semester: 2**  
**Subject Code: 03602252**  
**Subject Name: Advanced Mathematics (Gr-1)**

**Date: 15/05/2023**  
**Time: 10:30 am to 1:00 pm**  
**Total Marks: 70**

**Instructions:**

1. Attempt all questions.
2. Make suitable assumptions wherever necessary.
3. Figures to the right indicate full marks.
4. English version is considered to be Authentic.

**Q.1 Answer any Eight out of ten. (2 Marks Each)****(16)**

1. If  $z = 3 - 3i$  then find  $|z|$ .

૧ જો  $z = 3 - 3i$  તો  $|z|$  શોધો.

2. If  $z = -4 + 5i$  then find  $|\bar{z}|$ .

૨ જો  $z = -4 + 5i$  તો  $|\bar{z}|$  શોધો.

3. Find  $\frac{dy}{dx}$  for  $y = e^x + \cos x$ .

૩  $y = e^x + \cos x$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો.

4. Solve :  $\int [x + e^x + a^x] dx$ .

૪  $\int [x + e^x + a^x] dx$  શોધો.

5. If  $f(x) = \log x$  then prove that  $f(x) + f(y) = f(xy)$ .

૫ જો  $f(x) = \log x$  તો સાબિત કરો કે  $f(x) + f(y) = f(xy)$

6. Find  $\frac{dy}{dx}$  for  $y = x \cdot \tan x$

૬ જો  $y = x \cdot \tan x$  તો  $\frac{dy}{dx}$ .

7. Write down the polar form and square root formula of complex number  $z$

૭ સંકર સંખ્યા નું POALAR સ્વરૂપ લખો તથા વર્ગમૂળ શોધવાનું સૂત્ર લખો.

8. Solve :  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

૮  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$  શોધો.

9. Solve :  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-x-6}$

૯ સાદું રૂપ આપો  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x^2-x-6}$

10. If  $z = 2 + 3i$  and  $\bar{z} = 2 - 3i$  then find  $z + \bar{z}$  and  $z - \bar{z}$ .

૧૦ જો  $z = 2 + 3i$  અને  $\bar{z} = 2 - 3i$  તો  $z + \bar{z}$  અને  $z - \bar{z}$  શોધો.

**Q.2** A) If  $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$  then prove that  $f(x) + f(-x) = f(x^2)$ . (04)

અ) જો  $f(x) = \log\left(\frac{x-1}{x}\right)$  તો સાબિત કરો કે  $f(x) + f(-x) = f(x^2)$

**OR**

A) Evaluate :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$  (04)

અ) સાદું રૂપ આપો :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$

B) Solve :  $\int x \cdot \sin x \, dx$  (04)

બ) સાદું રૂપ આપો :  $\int x \cdot \sin x \, dx$

**OR**

B) Solve :  $\int x \cdot e^x \, dx$  (04)

બ) સાદું રૂપ આપો :  $\int x \cdot e^x \, dx$

C) The equation of motion of a particle is  $s = t^3 - 6t^2 + 9t - 1$ , find the acceleration and Velocity at  $t = 2$  sec (05)

ક) ગતિ કરતી કણ ની ઝડપ  $s = t^3 - 6t^2 + 9t - 1$  આપી છે તો વેગ , પ્રવેગ  $t = 2$  sec પર શોધો

**OR**

C) If  $y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$   $x = \frac{2t}{1+t^2}$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . (05)

ક) જો  $y = \frac{1-t^2}{1+t^2}$  અને  $x = \frac{2t}{1+t^2}$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો.

D) If  $f(x) = x^3 - 3x - 11$  find maximum and minimum of  $f(x)$ . (05)

ડ) જો  $f(x) = x^3 - 3x - 11$  તો  $f(x)$  માટે maximum અને minimum શોધો

**OR**

D) If  $y = x^x$  then find  $y'$ . (05)

ડ) જો  $y = x^x$  તો  $y'$  શોધો.

**Q.3** A) Differentiate  $y = \cos x$  by using the first principle. (04)

અ) વ્યાખ્યાની મદદથી  $y = \cos x$  નું વિકલન શોધો.

**OR**

A) If  $y = \log \sin x$  then prove that  $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$ . (04)

અ) જો  $y = \log \sin x$  તો સાબિત કરો કે  $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = 0$

B) If  $z = 1 + i$  then find  $|z|$  and  $\arg(z)$ . (04)

બ) જો  $z = 1 + i$  તો  $|z|$  અને  $\arg(z)$  શોધો.

**OR**

B) If  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  then prove that (i)  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$  (ii)  $f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = 2f(x)$  (04)

(iii)  $f(x) \cdot f(-x) = 1$

બ) જો  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  તો સાબિત કરો કે (i)  $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 0$  (ii)  $f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = 2f(x)$

(iii)  $f(x) \cdot f(-x) = 1$

C) Find  $\frac{dy}{dx}$  for  $y = \log\left(\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}\right)$ . (05)

ક)  $y = \log\left(\sqrt{\frac{a+x}{a-x}}\right)$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો.

OR

C) Find  $\frac{dy}{dx}$  for  $y = \log\left(\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}\right)$ . (05)

ક)  $y = \log\left(\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x^2}}\right)$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો.

D) If  $x = at^2$  and  $y = 2at$  then find  $\frac{d^2y}{dx^2}$ . (05)

ડ) જો  $x = at^2$  અને  $y = 2at$  તો  $\frac{d^2y}{dx^2}$  શોધો.

OR

D) If  $y = x^2 + xy + y^2$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . (05)

ડ) જો  $y = x^2 + xy + y^2$  તો  $\frac{dy}{dx}$  શોધો.

Q.4 A) Find square root of  $z = 3 - 4i$ . (04)

અ) આપેલી સંકર સંખ્યા નું વર્ગમૂળ શોધો :  $z = 3 - 4i$

B) Evaluate:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1 - \sin x}{x}$  (04)

બ) સીદું સ્વરૂપ આપો :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1 - \sin x}{x}$

C) If  $y = x^{\sin x}$  then find  $\frac{dy}{dx}$ . (05)

ક) જો  $y = x^{\sin x}$  તો શોધો  $\frac{dy}{dx}$ .

D) Evaluate :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\tan x + \cot x} dx$  (05)

ડ) કિંમત શોધો :  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\tan x}{\tan x + \cot x} dx$